회전체의 성질

360도 회전의 비밀을 밝혀라!

목차

01 1차시 무엇이 맞을까?

- 회전체의 단면 관찰하기

02 2차시 숨은 단서를 찾아라!

- 회전체의 단면 심층 탐구

03 3차시 '회전체의 성질' 전문가가 되어라!

- 나만의 탐정 규칙 만들기

1차시

무엇이 맞을까?

두 친구의 주장을 살펴보고 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면들의 특징을 찾아 봅시다.

학습목표

평면도형을 회전시켜 만들어지는 회전체를
회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때
단면의 모양을 추론할 수 있다.

문제 상황 제시

- 다음은 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면에 대한 두 학생의 의견입니다.

민수

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원 모양이야.

지연

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원 모양이 아닐 수도 있어.

▪ 나의 생각을 쓰고 이야기해 봅시다

- 두 학생의 의견에 대한 여러분의 생각을 정하고, **그 이유를 짝과 나눠 봅시다.**

민수 와 **지연** 생각에 대한 나의 판단

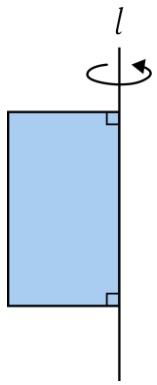
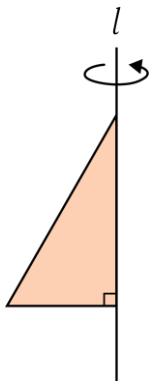
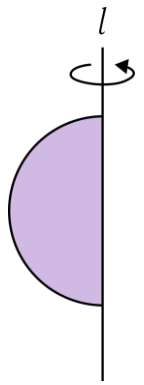
나는 (민수의 생각에 동의한다. / 지연이의 생각에 동의한다. / 민수와 지연이의 생각에 모두 동의하지 않는다.)

왜냐하면 _____

_____

문제 상황 1

1 다음 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 봅시다.

그림 1	그림 2	그림 3
		

2 '그림1'에 대해 제시된 예시를 참고하여, 나머지 두 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 위치를 정하고, 그 위치에서 자를 때 생기는 단면을 그려봅시다.

3 각 회전체를 2번과 다른 위치에서 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면을 그려봅시다.

4 2번과 3번에서 그린 단면의 모양에 공통으로 나타나는 특징을 설명해 봅시다.

▪ [탐정의 질문] 단면의 모양을 찾아라!

질문 1

주어진 평면을 1회전 시키면 어떤 입체도형이 될지 상상하여 그려볼까요?

질문 2

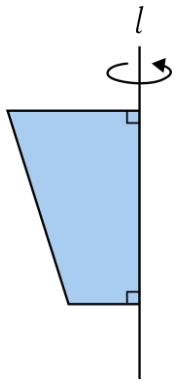
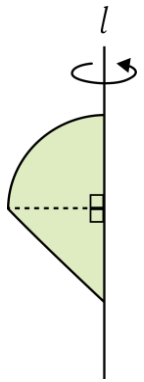
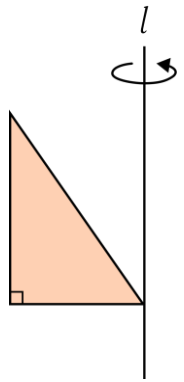
자르는 위치(높이)가 달라지면 단면의 크기가 아닌 모양 자체도 변할까요?

질문 3

컴퍼스로 원을 그리는 원리를 떠올리며, 회전체의 단면이 왜 원 모양이 되는지 모둠원과 토의해볼까요?

문제 상황 2

1 다음 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 봅시다.

도형 1	도형 2	도형 3
		

2 각 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 위치를 정하고 그 위치에서 자를 때 생기는 단면을 그려봅시다.

3 [문제상황 2]에서 나온 단면들은 어떤 모양인지 적어보고, 그 특징을 설명해 봅시다.

▪ [예외가 있었네!] 뚫려 있는 공간의 발견

질문 1

도형 3을 1회전 시키면 어떤 입체도형이 될지 상상하며 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면을 그려볼까요?

질문 2

도형 3의 경우, 평면으로 자른 단면을 원 모양이라고 부를 수 있을까요? 모둠원들과 원의 정의를 떠올리며 토의해 봅시다.

- [문제 상황 1]과 [문제 상황 2]를 통해 내가 가지게 된 '회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 단면의 성질'에 대한 생각을 아래에 적어 봅시다.

탐정 메모

▪ [탐정메모] 발견한 점 정리

질문 1

처음 작성한 [나의 생각]을 다시 한 번 확인해 볼까요?

질문 2

처음 생각에서 달라진 점과 새롭게 알게 된 사실을 탐정 메모에 정리해 봅시다.

▪ [탐정메모] 사건의 진실

회전체의 성질 추측

일부 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원 모양이다.

새로운 발견(결정적 단서)

하지만 직각삼각형에서 빗변의 한 꼭짓점만 회전축에 닿게 회전시켜 생긴 회전체의 경우에는, 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면이 원 모양이 아닐 수도 있다.

최종 결론

따라서 “회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원 모양이 아닐 수도 있다”는 지연이의 주장이 옳다.

2차시

숨은 단서를 찾아라!

다양한 회전체를 이용하여 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때
만들어지는 단면을 설명하기 위한 숨은 단서를 찾아봅시다.

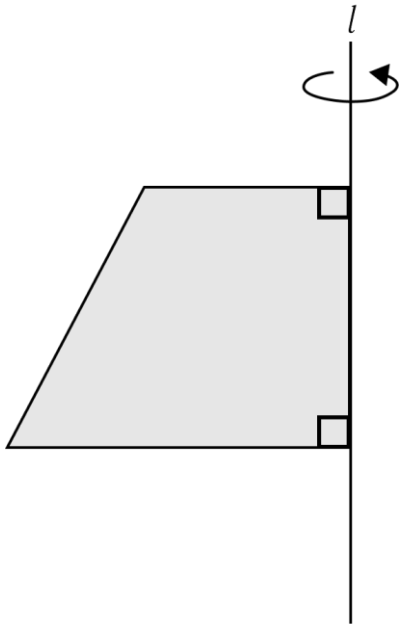
학습목표

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 모양을 설명할 수 있다.

문제 상황

- 이웃한 두 내각의 크기가 $90°$인 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 1회전 시켜 회전체를 만들고자 합니다.

1 사다리꼴의 높이가 회전축의 일부인 경우



- 회전체 그리기
- 회전축에 수직인 서로 다른 두 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 모양을 각각 그리기

문제 상황

- 내 예상이 맞았는지 알지오3D에서 확인해 봅시다.
- 예상이 적중한 경우 어떻게 예상했는지 그 전략을, 예상 전략에 보완이 필요하다면 그 이유를 작성해 봅시다.

문제 상황

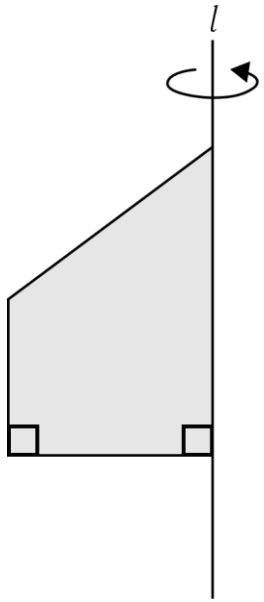
- 예상과 같은 결과를 얻은 친구와 다른 결과를 얻은 친구들은 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 모양을 예상하는 과정에서 어떤 차이가 있었나요?

- 예상의 적중률을 높이려면 탐구 과정에서 무엇에 집중해야 하는지 이야기해봅시다.

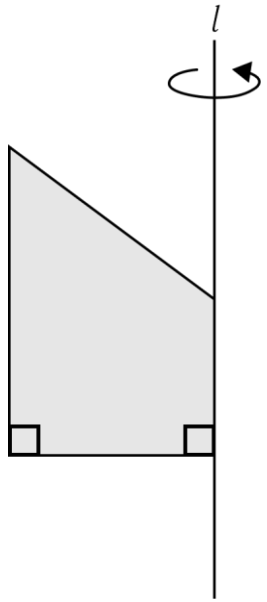
- 친구들과 이야기한 내용을 잘 기억하면서 같은 방법으로 2~4번 문제를 해결해봅시다.

- ①과 같은 방법으로 ②~④를 해결해봅시다.

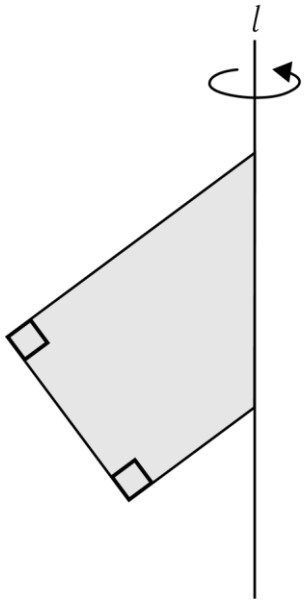
2 사다리꼴에서 평행한 한 쌍의 대변 중 긴 변이 회전축의 일부인 경우



3 사다리꼴에서 평행한 한 쌍의 대변 중 짧은 변이 회전축의 일부인 경우

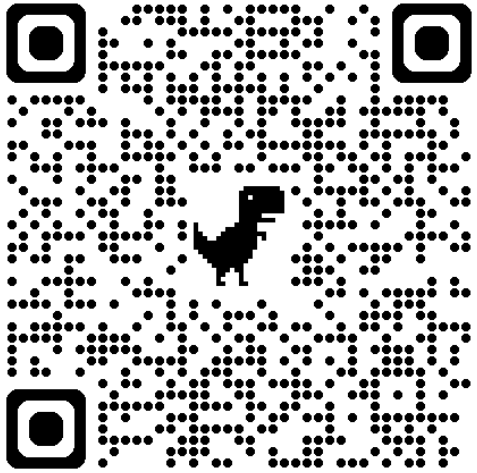


4 사다리꼴의 평행하지 않은 한 쌍의 대변 중 사다리꼴의 높이가 아닌 변이 회전축의 일부인 경우

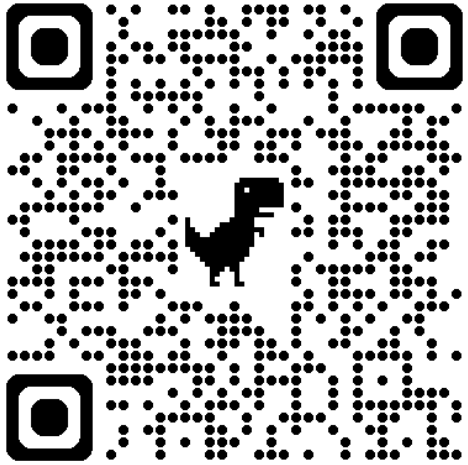


문제 상황

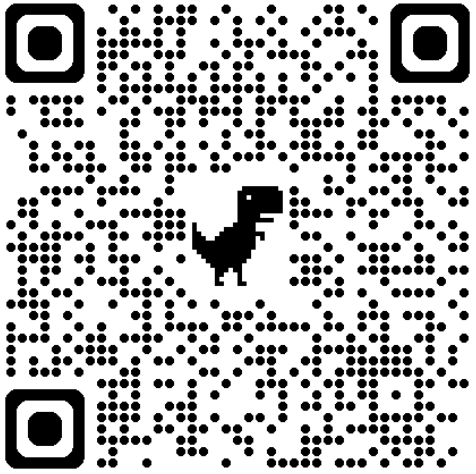
2 사다리꼴에서 평행한 한 쌍의 대변 중 긴 변이 회전축의 일부인 경우



3 사다리꼴에서 평행한 한 쌍의 대변 중 짧은 변이 회전축의 일부인 경우



4 사다리꼴의 평행하지 않은 한 쌍의 대변 중 사다리꼴의 높이가 아닌 변이 회전축의 일부인 경우



문제 상황

- 2~4번 문항 중 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 모양을 예상이 어려웠던 문항이 있나요?

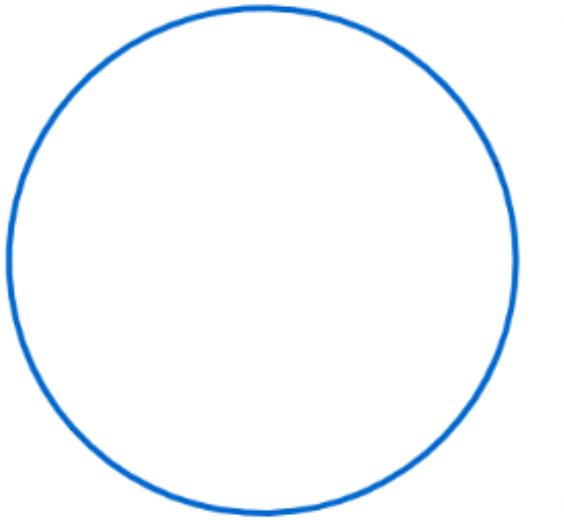
- 예상과 다른 결과를 얻은 문항에 대해서 어떤 전략으로 예상했고, 전략을 어떻게 보완하면 옳은 결과를 예상할 수 있는지 모둠에서 이야기 해봅시다.

- [문제 상황]의 결과를 이용하여 다음 문제를 해결해 봅시다.

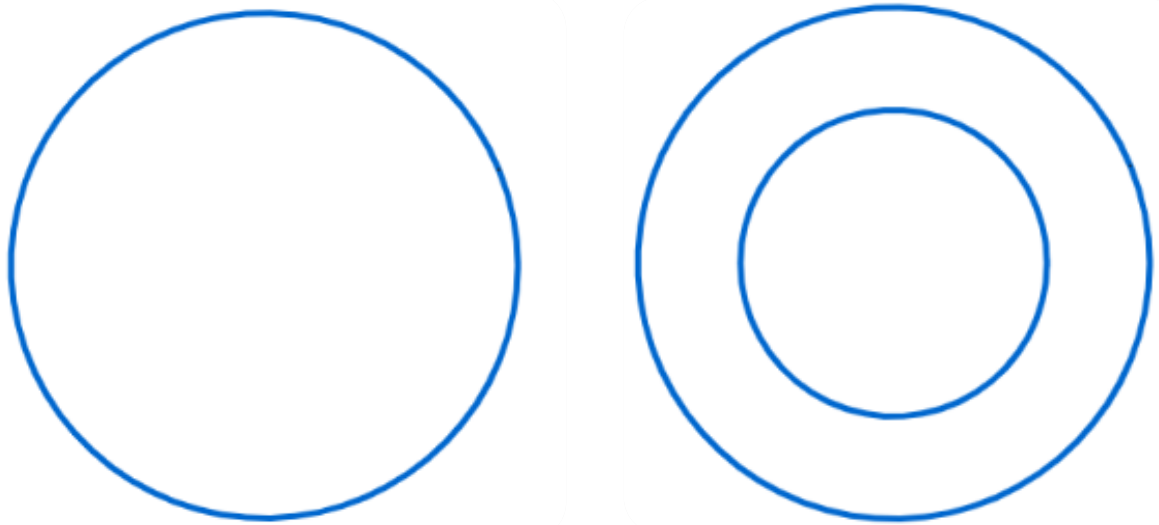
1 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 공통점을 찾아봅시다.

- [문제 상황]에서 찾은 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면은 다음과 같습니다.

- 어떤 공통점이 있을까요?



문항 1,2



문항 3,4

2 위 활동에서 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 성질을 설명하기 위한 '숨은 단서'를 정리해 봅시다.

오늘 발견한 숨은 단서!

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면에는 특정 성질이 있다. 이 성질을 설명하기 위한 단서는 _____ 이다!

예시 답안

2 위 활동에서 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 성질을 설명하기 위한 '숨은 단서'를 정리해 봅시다.

오늘 발견한 숨은 단서!

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면에는 특정 성질이 있다. 이 성질을 설명하기 위한 단서는 **단면의 경계** 이다!

3차시

'회전체의 성질' 전문가가 되어라!

마지막 '숨은 단서 ②'를 찾고, 오답 처방전과 나만의 탐정 규칙으로 마무리해 봅시다.

학습목표

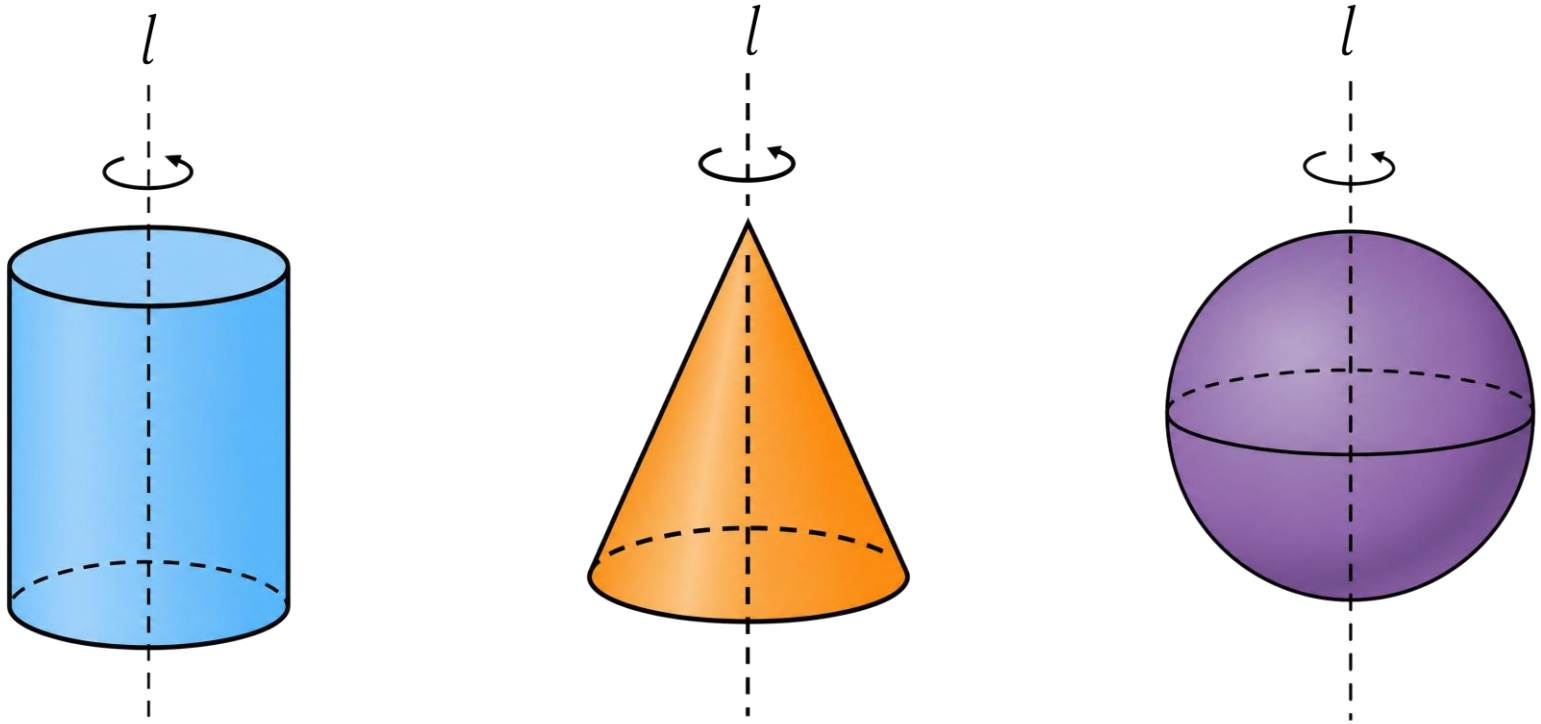
회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 성질을 이해하고, 회전체의 다양한 성질을 설명할 수 있다.

- [문제 상황] 지난 시간에 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 경계는 원 모양이라는 것을 확인했습니다.

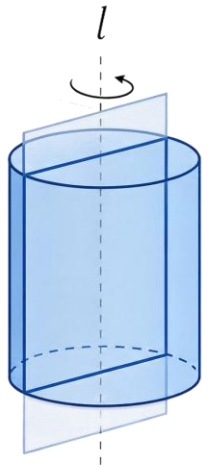
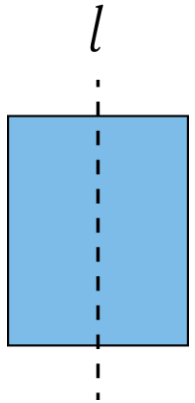
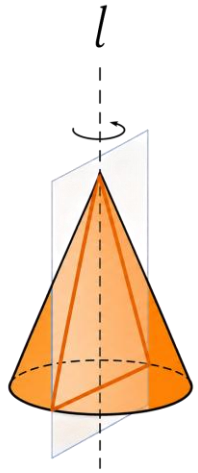
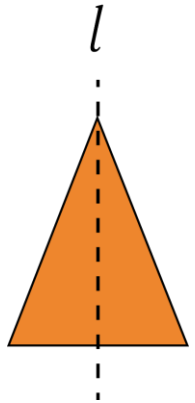
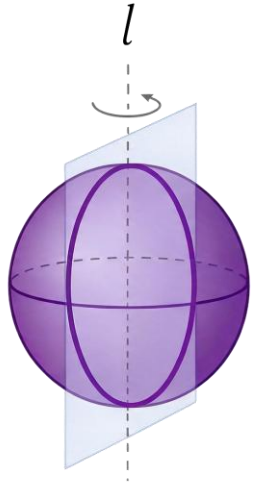
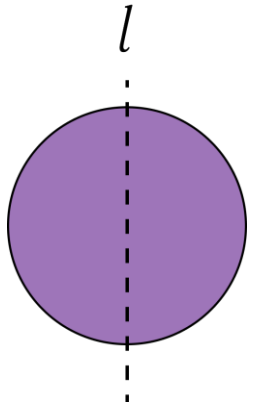
오늘 발견한 숨은 단서!

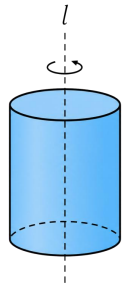
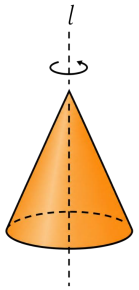
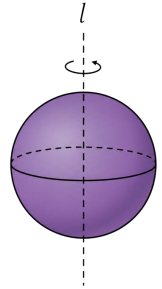
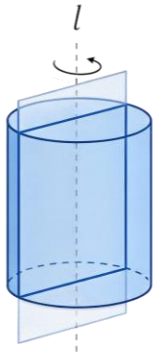
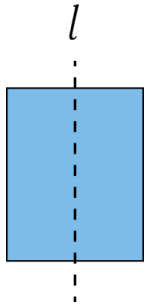
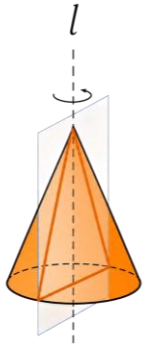
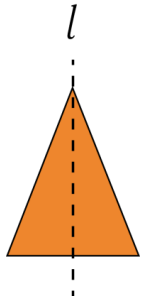
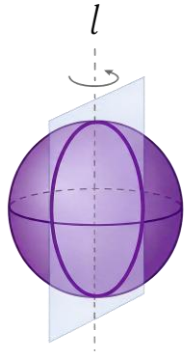
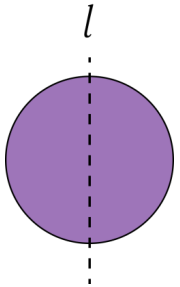
회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면에는 특정 성질이 있다. 이 성질을 설명하기 위한 단서는 **단면의 경계** 이다!

- **[문제 상황] 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면에는 어떤 성질이 있을까요?**



▪ 원기둥, 원뿔, 구를 회전축을 포함하는 한 평면으로 잘라 생긴 단면은 다음과 같습니다.

원기둥		원뿔		구	
자른 위치	단면	자른 위치	단면	자른 위치	단면
					

원기둥		원뿔		구	
					
자른 위치	단면	자른 위치	단면	자른 위치	단면
					

- 세 회전체를 회전축을 포함하는 다른 평면으로 자를 때 생기는 단면이 위의 그림과 같은지, 다른지 판단해 봅시다. 그렇게 판단한 이유를 적어 봅시다.
- 세 단면의 모양이 지닌 공통점을 찾아 적어 봅시다.

- 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 성질을 설명하기 위한 '숨은 단서'를 정리해 봅시다.

오늘 발견한 숨은 단서!

회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 _____ 이고

각 단면은 _____ 을 대칭축으로 하는 _____ 이다!

예시 답안

- 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 만들어지는 단면의 성질을 설명하기 위한 '숨은 단서'를 정리해 봅시다.

오늘 발견한 숨은 단서!

회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 **합동** 이고

각 단면은 **회전축** 을 대칭축으로 하는 **선대칭도형** 이다!

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 다음 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전
1 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 항상 원 모양이다. → 왜 오답일까? → 올바른 설명
2 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이나 크기는 다양하다. → 왜 오답일까? → 올바른 설명
3 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 선대칭도형이며 대칭축은 단면마다 다르다. → 왜 오답일까? → 올바른 설명

예시 답안

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 다음 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전

1 **회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 항상 원 모양이다.**

→ 왜 오답일까?

회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원 모양이 아닐 수도 있다. 예를 들어, 직각삼각형의 빗변의 한 꼭짓점만 회전축 위에 있을 때, 직각삼각형을 회전축을 중심으로 회전시켜 만들어진 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원 모양이 아니다.

→ 올바른 설명

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 경계는 원이다.

예시 답안

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 다음 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전

2 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이나 크기는 다양하다.

→ 왜 오답일까?

회전체를 회전축을 포함하는 서로 다른 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양과 크기는 언제나 같기 때문이다.

→ 올바른 설명

회전체를 회전축을 포함하는 서로 다른 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 합동이다.

예시 답안

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 다음 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전

3 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 선대칭도형이며 대칭축은 단면마다 다르다.

→ 왜 오답일까?

회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면이 선대칭도형인 것은 맞지만,
대칭축은 모두 회전축으로 동일하기 때문이다.

→ 올바른 설명

회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 각 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

▪ [정리]

2 지금까지 배운 내용을 정리하여 회전체의 성질을 설명하는 나만의 탐정 규칙을 적어봅시다.

나만의 탐정 규칙

회전체에는 다음 성질이 있다.

1. 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 _____
2. 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 _____

_____

그것이 바로 우리가 찾던 '숨은 단서'이다!

예시 답안

▪ [정리]

2 지금까지 배운 내용을 정리하여 회전체의 성질을 설명하는 나만의 탐정 규칙을 적어봅시다.

나만의 탐정 규칙

회전체에는 다음 성질이 있다.

1 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 단면의 경계가 원이다.

2 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 합동이고, 각 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

그것이 바로 우리가 찾던 '숨은 단서'이다!

감사합니다.