오답의 재발견

통계

교사용 지도서

미션

닮은꼴 그래프 수사대, 진짜 히스토그램을 찾아라!

탐정: _____

< 탐정 미션 1. 같은 막대인데, 무엇이 다를까? >

민수와 지연이는 우리 반 학생 20명의 좋아하는 운동과 키를 조사하여 표로 만들고, 만든 표를 바탕으로 그래프를 그리려고 합니다. 두 학생의 의견에 대해 여러분의 생각을 정하고, 그 이유도 적어 봅시다.

좋아하는 운동	학생 수(명)
축구	7
농구	3
배구	2
야구	4
배드민턴	4
합계	20

키(cm)	학생 수(명)
145 이상 ~ 150 미만	3
150 이상 ~ 155 미만	4
155 이상 ~ 160 미만	6
160 이상 ~ 165 미만	4
165 이상 ~ 170 미만	3
합계	20

표가 비슷하게 그려졌으니, 두 자료의 그래프에서 가로축과 세로축도 비슷하겠지?

표가 비슷하게 그려졌으니, 두 자료의 그래프는 모양이 비슷하겠지?

나의 생각

- 민수의 의견에 (동의한다. / 동의하지 않는다.) 왜냐하면 표의 왼쪽 내용과 오른쪽 내용을 각각 가로축과 세로축에 적으면 될 거 같기 때문이다.
- 지연이의 의견에 (동의한다. / 동의하지 않는다.) 왜냐하면 두 자료 모두 막대를 세워 그래프를 그리면 비슷한 모양이 될 거 같기 때문이다.

활동 개관

좋아하는 운동과 키라는 두 자료가 유사한 형태의 표로 주어진 상황에서 각각의 자료를 그래프로 나타낼 때, 가로축과 세로축 및 그래프의 모양이 유사하게 나타날지 판단해 보도록 하는 활동이다.

개발 의도

초등학교에서 배운 막대그래프 및 이전 차시에서 학습한 도수분포표 내용을 바탕으로, 학생들이 히스토그램을 학습하기 직전에 자료의 특성, 그래프의 가로축, 그래프의 모양에 관해 가질 수 있는 오개념을 의도적으로 드러내도록 설계하였다. 학생들은 초등학교에서 배운 막대그래프에 과도하게 의존하여 자료의 특성에 따라 그래프가 다르게 그려질 수 있음을 고려하지 않고, 키와 같은 연속형 자료에서도 막대그래프를 그리는 방법에 따라 그래프를 그리려고 할 수 있다. 그러나, 본 활동은 학생이 가질 수 있는 오개념을 교정하기보다, 그 이유를 탐색해 보도록 하며 이어지는 활동의 기반이 되도록 하였다. 이 활동에서는 서로 다른 성격의 범주형 자료와 연속형 자료를 비교하는 데 초점을 두었기에 '도수분포표'가 아닌 '표'라는 용어를 사용하였다.

발문

"두 자료는 무엇을 조사한 것이고, 조사한 결과는 어떻게 다른가요?"

"표가 비슷하게 보이는데, 더 자세히 살펴보면서 다른 점을 찾아보면 무엇이 있을까요?"

"좋아하는 운동 자료와 키 자료를 각각 그래프로 나타낼 때 가로축과 세로축에는 무엇을 작성해야 할까요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

- 이 단계에서는 구체적인 자료의 특징(범주형, 연속형 등)을 직접적으로 제시하지 않으며, 히스토그램의 의미나 히스토그램을 그리는 방법과 관련된 설명 또한 제시하지 않는다.

문제 상황 1 민수의 의견이 맞는지 확인하기 위해 아래 문제를 해결해 봅시다.

1 위에 제시된 표를 바탕으로 우리 반 학생들의 좋아하는 운동 그래프와 키 그래프를 그릴 때, 각 그래프의 가로축과 세로축에는 무엇을 나타내야 할지 적어 봅시다.

- 좋아하는 운동 그래프의 가로축에는 축구, 농구 등 운동의 종류를 나타내고, 세로축에는 학생 수(명)를 나타낸다.

- 키 그래프의 가로축에는 145, 150, 155와 같이 계급의 양 끝 값을 나타내고, 세로축에는 학생 수(명)를 나타낸다.

2 1번 문항에서 생각한 내용을 바탕으로, 두 자료의 그래프에서 가로축과 세로축의 공통점과 차이점을 적어 봅시다.

- 공통점은 두 그래프 모두 세로축에는 학생 수를 나타낸다는 점이다.

- 차이점은 좋아하는 운동 그래프의 가로축에는 운동의 종류를 나타내지만, 키 자료의 가로축에는 계급의 양 끝 값을 순서대로 나타낸다는 점이다.

활동 개관

범주형 자료(좋아하는 운동)와 연속형 자료(키)가 각각 비슷한 형태의 표로 제시된 상황에서, 각 자료를 그래프로 나타낼 때 가로축과 세로축에는 무엇을 나타내야 하는지 생각해 보도록 하는 활동이다.

개발 의도

두 자료가 유사한 형태의 표로 제시되었을 때, 초등학교에서 학습한 막대그래프의 표현 방법을 키 자료에도 그대로 적용하려는 생각을 드러내고, 좋아하는 운동과 키 자료를 비교하면서 자료의 특성에 따라 그래프의 가로축이 나타내는 의미와 표현 방법이 달라질 수 있음에 주목하도록 설계하였다.

발문

"좋아하는 운동 그래프의 가로축에서 축구와 농구의 위치를 서로 바꾸면 그래프가 나타내는 내용이 달라질까요?"

"키 그래프의 가로축에서 145, 150, 155의 순서를 바꾸어 나타낼 수 있을까요?"

"두 그래프의 가로축에서 순서가 갖는 의미는 어떻게 다른가요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

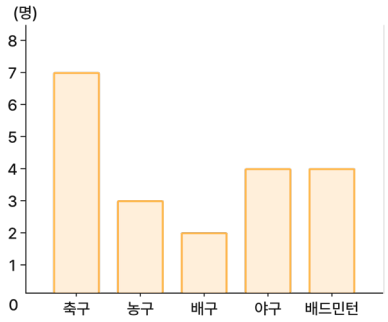
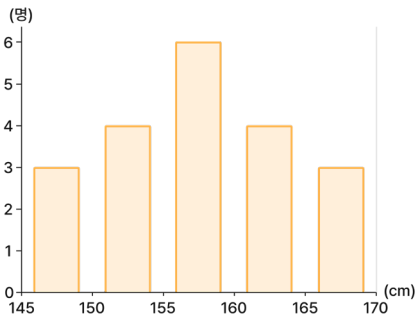
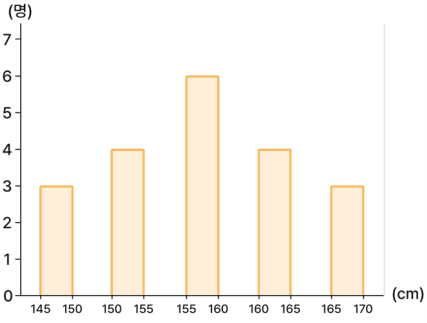
- 도수분포표를 학습한 후, 히스토그램을 학습하기 직전 단계에서 활용하는 활동이므로 '키와 같은 연속형 자료는 히스토그램으로 나타낸다'는 사실을 직접 언급하지 않는다. 이어지는 활동을 통해 좋아하는 운동과 키 자료를 비교하며, 두 자료를 그래프로 나타낼 때 차이가 있다는 점을 학생들이 스스로 인식하게끔 도울 필요가 있다.

- 학생들은 막대그래프에 대한 이미지로 인해 키 자료에서도 145 이상 ~ 150 미만 등의 계급을 하나의 범주로 생각하여 막대그래프로 나타내려 할 수 있다. 이어지는 활동을 통해 키 자료와 같은 연속형 자료에서 그래프를 그리는 방법이 따로 있다는 점을 인식하도록 해야 한다.

- 학생들이 키 자료의 각 계급을 서로 독립된 범주처럼 생각하여 직사각형 사이를 띄어 나타내는 경우, 즉시 교정하거나 히스토그램의 표현 방법을 제시하지 않고, 가로축에서 각 계급이 서로 어떤 관계를 가지는지 생각하도록 한다. 이후 활동에서 두 자료의 그래프를 비교하며 키 자료의 가로축은 수량의 연속적인 범위를 나타낸다는 점을 스스로 발견하도록 한다.

- 두 그래프의 가로축에서의 차이를 드러내기 위해 좋아하는 운동 자료는 축구, 농구 등 운동의 종류를 어떤 순서로 배열하더라도 그래프를 그릴 수 있으나, 키 자료는 계급의 끝 값을 순서대로 나열해야만 그래프를 그릴 수 있음을 언급할 수 있다. 또한 좋아하는 운동 자료에서는 하나의 범주에 같은 응답을 한 경우만 포함되지만, 키 자료에서는 계급 설정을 통해 값이 다른 응답도 하나의 범주에 포함될 수 있음을 언급할 수 있다.

문제 상황 2 지연이는 두 자료에 관한 표를 보고, 다음과 같이 그래프를 그렸습니다.

좋아하는 운동	키	
		
그래프 1	그래프 2	그래프 3

1 세 그래프를 비교해 보고, 그래프가 적절한지 판단해 봅시다. 수정이 필요한 부분이 있다면 그 부분과 이유를 구체적으로 적어 봅시다.

- 그래프 1은 적절하게 그려졌다.

- 그래프 2는 적절하지 않다. 예를 들어, 150cm, 155cm에 해당하는 자료가 어느 직사각형에도 포함되지 않는 것처럼 보인다. 직사각형에 포함되지 않는 가로축의 값이 없도록 각 직사각형을 붙여서 그려야 한다.

- 그래프 3은 적절하지 않다. 가로축에 예를 들어 150cm와 같이 두 번 표시된 자료가 있다. 표에서 145 이상 ~ 150 미만과 150 이상 ~ 155 미만을 구분할 때 150cm와 같은 하나의 자료는 한 계급에 포함되도록 설정했고, 두 계급 사이에 빈 범위가 없었기에 두 번 표시된 가로축의 값이 없도록 해야 할 것이다.

2 좋아하는 운동은 피구이고 키가 149cm인 전학생이 새로 왔습니다. 이 학생을 포함하려면 각 그래프에서 어느 부분을 어떻게 바꾸어야 할지 적어 봅시다.

- 좋아하는 운동 그래프의 가로축에는 '피구'를 추가하고 도수(학생 수)가 1인 막대를 그린다.

- 키 그래프에서는 149cm가 포함되는 145 이상 ~ 150 미만 계급의 도수만 1 증가하고, 가로축은 변하지 않는다.

3 세 그래프의 가로축을 비교해 보고, 키 자료를 그래프로 나타낼 때 가로축은 어떻게 나타내는 것이 적절할지 적어 봅시다.

키 자료의 가로축에는 계급의 양 끝 값을 순서대로 한 번씩 나타내는 것이 적절하다.

활동 개관

좋아하는 운동과 키 자료를 바탕으로 그려진 세 그래프를 비교하여, 각각의 그래프가 자료의 특성을 반영하여 적절하게 나타내어졌는지 판단하고, 수정이 필요한 부분과 그 이유를 설명하는 활동이다.

개발 의도

그래프 1은 좋아하는 운동 자료를 적절하게 나타낸 막대그래프이고, 그래프 2와 3은 키 자료를 나타내는 과정에서 서로 다른 표현상의 오류가 나타난 그래프이다. 그래프 2는 계급의 양 끝 값을 가로축에 적절히 표시하였으나 직사각형 사이를 띄어 나타내는 오류를 나타낸 그래프이고, 그래프 3은 각 직사각형의 끝점에 계급의 양 끝 값을 각각 표시하여 이웃한 계급의 경계값이 중복되어 나타난 것으로, 키 자료의 가로축을 하나의 연속된 수직선으로 인식하지 못하는 오류를 나타낸 그래프이다. 이처럼 키 자료를 부적절하게 나타낸 두 가지 사례를 통해 학생들이 그래프에서 외형뿐만 아니라 가로축의 의미와 자료의 특성에도 주목할 수 있도록 설계하였다. 새로운 자료를 그래프에 추가하는 상황을 통해, 좋아하는 운동 그래프에서는 새로운 범주가 가로축에 추가되지만 키 그래프에서는 기존 계급의 도수만 변한다는 차이를 확인함으로써 두 가로축의 성격이 다름을 스스로 인식하도록 하였다. 이를 통해 학생들이 범주를 나타내는 가로축과 수량 자료의 가로축이 서로 다르게 구성됨을 발견하고, 키 자료의 가로축을 어떻게 나타내는 것이 적절한지를 스스로 정리하도록 하였다.

발문

"전학생의 자료를 추가할 때, 그래프 1과 그래프 2, 3에는 어떤 차이가 있나요?"

"그래프 1에서 피구 자료를 추가할 때, 가로축의 어느 곳에 피구를 적을 수 있나요?"

"그래프 2나 그래프 3에서 149cm 자료를 추가할 때, 가로축에는 어떤 변화가 생기나요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

- 교사는 각 그래프의 적절성이나 오류를 먼저 설명하지 않고, 학생들이 세 그래프를 비교하면서 수정이 필요한 부분과 그 이유를 스스로 찾도록 안내한다.

- 학생들에게 익숙한 막대그래프(그래프 1)와 그래프 2, 3을 비교함으로써, 좋아하는 운동과 키 자료에서 그래프를 그릴 때 가로축이 다르게 나타남을 학생들이 이해하도록 지도할 필요가 있다. 특히 1번 문항에서 그래프 1의 가로축과 그래프 2, 3의 가로축이 서로 다름을 학생들이 인식하도록 하고, 이를 토대로 2번 문항의 답을 내리도록 안내할 필요가 있다.

- 1번 문항에서 학생들이 그래프에서 수정이 필요한 부분을 찾지 못하는 경우, 2번 문항을 답한 후 다시 한 번 1번 문항을 생각해 보도록 안내할 수 있다.

- 2번 문항에서 149cm인 막대를 새롭게 그리려는 경우, 앞선 활동에서의 도수분포표와 연계하여 각 직사각형이 하나의 계급을 나타내고 있음을 눈치챌 수 있도록 한다.

[문제 상황 1]과 [문제 상황 2]를 통해 '자료를 그래프로 나타낼 때 고려해야 하는 점'에 대한 자신의 생각을 아래에 적어 봅시다.

탐정 메모

처음에는 표가 비슷하게 그려졌기 때문에 그래프의 가로축과 세로축에 적힐 내용이 비슷하고, 그래프도 비슷하게 그려질 것이라 생각했다. 하지만 활동을 해보니 자료에 따라 그래프의 가로축을 나타내는 방법이 다른 것 같다. 키 자료를 가로축에 적절하게 나타내는 방법은 무엇일까? 그리고 키 자료의 그래프를 어떻게 그리는 게 좋을까?

활동 개관

[문제 상황 1]과 [문제 상황 2]에서 탐색한 내용을 종합하여, 자료를 그래프로 나타낼 때 고려해야 하는 점을 학생 스스로 정리해 보도록 하는 활동이다.

개발 의도

1차시 활동의 앞부분에서 표의 유사성을 바탕으로 자료에 관계없이 가로축을 나타내는 방법이나 그래프를 그리는 방법이 유사할 것이라고 생각했던 자신의 생각을 돌아보며, 이를 글로 작성해 보도록 설계하였다. [문제 상황 1]과 [문제 상황 2]에서 탐색한 가로축과 그래프의 차이를 토대로, 좋아하는 운동 자료와 키 자료를 그래프로 나타내는 방법에 차이가 있음을 인식하고 나아가 다음 차시 활동에 대한 필요성을 느낄 수 있도록 하였다.

발문

"오늘 활동을 통해 무엇을 새롭게 알게 되었나요?"

"두 자료를 그래프로 나타낼 때 가로축은 무엇이 달랐나요?"

"자료를 그래프로 나타낼 때 고려해야 하는 점이 무엇인지 다음 시간에 함께 찾아볼까요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

- 학생들이 키 자료를 초등학교에서 배운 막대그래프로 그리는 것보다는, 자료의 특성에 맞게 가로축을 나타내고, 이에 기반하여 그래프를 그리는 방법이 무엇일지 고민하도록 격려한다.

- 학생들이 스스로 작성한 탐정 메모를 발표하고 서로의 생각을 공유하도록 한다.

- 단순하게 '그래프를 다르게 그리면 된다'고 작성한 경우, 그래프의 가로축을 나타내는 방법, 그래프를 그리는 방법에 주목하여 보다 구체적인 메모를 작성하도록 지도한다.

미션

닮은꼴 그래프 수사대, 진짜 히스토그램을 찾아라!

탐정: _____

< 탐정 미션 2. 히스토그램을 그리는 단서를 찾아라! >

탐색 1 다음은 우리 반 학생 20명을 대상으로 수집한 자료입니다. 각 자료의 특징을 탐색해 봅시다.

자주 사용하는 이모티콘의 종류	하루 유튜브 영상 시청 시간(분)	휴대폰 번호 뒤 4자리
50m 달리기 기록(초)	좋아하는 계절	종이비행기가 날아간 거리(cm)

1 위의 자료를 그래프로 각각 나타낸다면, 각 그래프의 가로축에는 무엇을 나타내야 할지 적어 봅시다.

- 자주 사용하는 이모티콘의 종류: 이모티콘 종류(웃음, 하트, 슬픔 등)
- 하루 유튜브 영상 시청 시간(분): 시청 시간(분)
- 휴대폰 번호 뒤 4자리: 번호
- 50m 달리기 기록: 시간(초)
- 좋아하는 계절: 계절의 종류(봄, 여름, 가을, 겨울)
- 종이비행기가 날아간 거리: 거리(cm)

2 위의 자료 중 계급을 정하여 그래프로 나타내기에 적절한 자료를 고르고, 그렇게 생각한 이유를 설명해 봅시다.

- 적절한 자료: 하루 유튜브 영상 시청 시간, 50m 달리기 기록, 종이비행기가 날아간 거리
- 이유: 세 자료는 시간이나 거리와 같이 수량을 나타내므로 값의 크기를 비교할 수 있고, 여러 값을 일정한 구간으로 묶어 나타낼 수 있기 때문이다.

3 2번 문항에서 고른 자료의 공통적인 특징이 무엇인지 한 문장으로 적어 봅시다.

수량을 나타내어 값의 크기를 비교할 수 있고, 일정한 구간으로 나누어 묶을 수 있다.

활동 개관

여섯 가지 자료를 각각 그래프로 나타낼 때 가로축이 어떻게 될지 생각하고, 계급을 정하여 그래프로 나타내기에 적절한 자료를 선택하며, 그 이유와 선택한 자료들의 공통적인 특징을 설명하는 활동이다.

개발 의도

1차시에서 서로 다른 두 자료의 그래프에서 가로축을 비교해본 경험을 다양한 자료로 확장하여, 계급으로 묶어 나타낼 수 있는 자료가 무엇인지 탐색하도록 설계하였다. 이를 위해 성격이 다른 여러 자료를 함께 제시하였으며, 이때 휴대폰 뒤 4자리 자료와 같이 수로 표현되지만 수량의 크기를 나타내지 않아 계급으로 묶는 것이 적절하지 않은 자료를 포함하여, 크기를 비교할 수 있고 일정한 구간으로 묶어 나타낼 수 있는 자료의 특징을 탐색하도록 활동을 구성하였다.

발문

"하루 유튜브 영상 시청 시간, 50m 달리기 기록, 종이비행기가 날아간 거리는 어떻게 얻은 자료일까요?"

"휴대폰 번호 뒤 4자리 자료를 계급으로 묶으면 어떤 의미가 있을까요?"

"휴대폰 번호 뒤 4자리 자료 중 예를 들어 1234는 5678보다 크기가 더 작은 자료를 뜻할까요?"

"50m 달리기 기록과 휴대폰 번호 뒤 4자리 자료는 모두 수로 나타나는데, 두 자료에서 수가 나타내는 의미는 어떻게 다를까요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

- 히스토그램의 정의나 범주형/연속형 자료라는 용어를 교사가 먼저 제시하기보다, 학생들이 자료들을 비교하면서 어떤 자료는 종류로 나타내고, 어떤 자료는 범위로 묶을 수 있다는 점을 먼저 발견하도록 한다.

- 2번 문항에서 휴대폰 번호 뒤 4자리를 고른 경우, 위의 발문을 활용하여 수치로 제시된 모든 자료에서 계급을 나눌 수 있는 것이 아님을 스스로 깨닫게 한다.

- 3번 문항에서 선택한 자료의 공통적인 특징을 '수로 되어 있다'고만 설명하는 경우, 휴대폰 번호 뒤 4자리와 비교하게 하여 수로 표현된다는 점 자체가 계급으로 묶는 기준이 되는 것은 아님을 파악하도록 한다. 또한 '측정하여 얻은 자료이다', '두 값 사이에도 다른 값이 있을 수 있다' 등 자료의 특징을 타당하게 설명한 다양한 표현은 인정하도록 한다.

- 하루 유튜브 영상 시청 시간 자료의 경우 [탐색 2]에서 자세히 다루므로, 이 자료가 계급으로 나타내기에 적절하다는 것을 교사가 먼저 제시하지 말고 학생들이 여러 자료를 비교한 후 스스로 파악할 수 있도록 한다.

탐색 2 [탐색 1]에 제시된 자료 중 하루 유튜브 영상 시청 시간 자료를 그래프로 나타내는 방법을 탐색해 봅시다.

하루 유튜브 영상 시청 시간(분)	95, 42, 128, 60, 108, 35, 150, 78, 115, 48, 90, 133, 63, 165, 101, 55, 120, 85, 72, 142

1 위의 자료를 계급의 크기가 30분이 되도록 도수분포표로 정리해 봅시다.

시청 시간(분)	학생 수(명)
30 이상 ~ 60 미만	4
60 ~ 90	5
90 ~ 120	5
120 ~ 150	4
150 ~ 180	2
합계	20

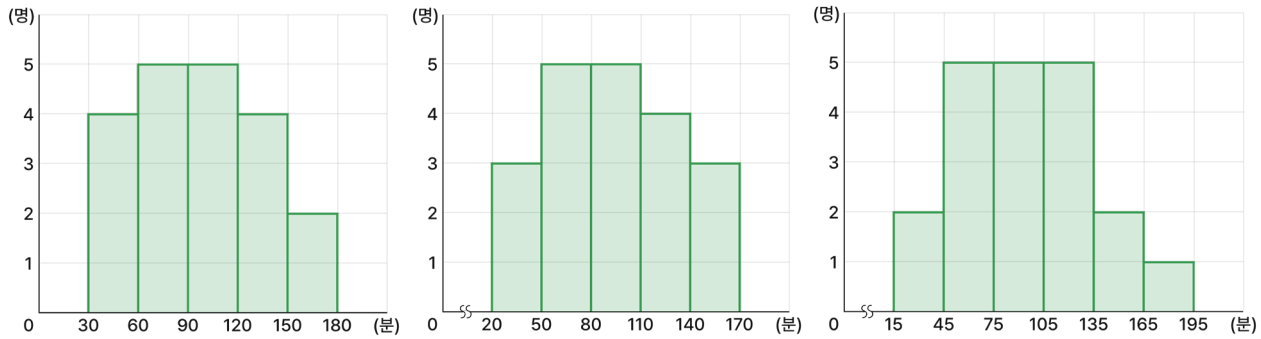
시청 시간(분)	학생 수(명)
20 이상 ~ 50 미만	3
50 ~ 80	5
80 ~ 110	5
110 ~ 140	4
140 ~ 170	3
합계	20

시청 시간(분)	학생 수(명)
15 이상 ~ 45 미만	2
45 ~ 75	5
75 ~ 105	5
105 ~ 135	5
135 ~ 165	2
165 ~ 195	1
합계	20

2 1번 문항에서 그린 도수분포표를 자신이 생각하기에 적절한 방법으로 그래프로 나타내 봅시다.

- 계급의 크기(30분)는 같지만, 시작값을 어디로 정하느냐에 따라 도수분포표가 달라질 수 있다.

그래프 예시:



3 다음은 그래프의 종류 중 하나인 히스토그램의 뜻과 그리는 방법입니다.

도수분포표를 이용하여, 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형으로 나타낸 그래프를 **히스토그램**이라고 한다.

<히스토그램을 그리는 방법>

1 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 표시한다.

2 세로축에 도수를 차례로 표시한다.

3 각 계급의 크기를 가로로 하고 도수를 세로로 하는 직사각형을 차례로 그린다.

제시된 내용을 바탕으로, 2번 문항에서 자신이 그린 그래프가 적절한지 살펴봅시다. 적절하지 않은 부분이 있다면 수정하여 히스토그램으로 나타내 봅시다.

- 적절한 경우: 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 나타내고, 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형으로 나타낸다.

- 수정이 필요한 경우: 직사각형 사이를 띄어 그린 경우, 히스토그램을 그리는 방법에 따라 이웃한 계급을 나타내는 직사각형이 이어지도록 수정한다.

4 오늘 활동에서 찾은 '히스토그램을 그리는 단서'를 정리해 봅시다.

오늘 발견한 히스토그램을 그리는 단서!

단서 1 수량을 나타내면서 값의 크기를 비교할 수 있고, 일정한 구간으로 나누어 묶을 수 있는 특징을 가진 자료는 계급을 정하여 나타내기에 적절하다.

단서 2 도수분포표를 히스토그램으로 나타낼 때는 가로축에 계급의 양 끝 값을 차례로 나타내고, 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형으로 나타낸다.

활동 개관

하루 유튜브 영상 시청 시간 자료에서 계급의 크기를 30분으로 정해 도수분포표로 정리하고, 자신의 방법으로 그래프로 나타내본 후 히스토그램의 뜻과 그리는 방법에 맞게 그래프를 수정 및 완성하는 활동이다.

개발 의도

히스토그램을 그리는 방법을 단순히 절차로 외우기보다, 도수분포표를 그래프로 나타내는 새로운 표현 방법임을 이해하면서 학습할 수 있도록 설계하였다. 이를 위해 학생이 자신만의 방법으로 그래프를 나타내도록 한 후 히스토그램의 뜻과 그리는 방법을 제시하였으며, 이후 자신의 그래프와 히스토그램을 비교하고, 둘이 다른 경우 자신의 그래프를 히스토그램으로 수정하도록 하였다.

발문

"최솟값 35는 어느 계급에 들어가야 할까요?"

"계급의 크기가 30분으로 같아도 서로 다른 도수분포표가 나올 수 있는 이유는 무엇일까요?"

"자신이 그린 그래프와 히스토그램을 그리는 방법을 비교했을 때, 같은 점과 다른 점은 무엇인가요?"

"도수분포표의 한 계급은 히스토그램에서 어느 부분에 나타나 있나요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

- 히스토그램의 뜻과 그리는 방법을 제시하기 전에 학생이 도수분포표를 자신의 생각에 따라 그래프로 먼저 나타내도록 한다. 이 단계에서 나온 서로 다른 그래프가 히스토그램의 뜻과 그리는 방법을 확인하는 자연스러운 계기가 되므로, 교사가 미리 올바른 그래프를 제시하지 않도록 한다.

- **시작값**을 별도로 정하지 않았으므로, 학생마다 서로 다른 도수분포표와 그래프가 나타날 수 있다.

- 모든 자료가 빠짐없이 어느 한 계급에 포함되도록 **시작값**을 정하였는지 확인하게 한다. 예를 들어, **시작값**을 40으로 정하면 35가 누락되므로, 이를 통해 계급을 정할 때 모든 자료가 빠짐없이 포함되어야 함을 스스로 확인하도록 한다.

- 히스토그램의 뜻과 그리는 방법은 학생이 도수분포표를 자신의 생각에 따라 그래프로 나타낸 직후에 제시하고, 이를 자신의 그래프와 비교하여 필요한 부분을 스스로 점검하도록 수정하도록 한다.

- 계급의 크기는 30분으로 지정하여 도수분포표를 히스토그램으로 나타내는 방법에 집중하도록 하고, 계급의 크기를 변화시키며 그래프의 모양을 탐색하는 활동은 3차시(공학도구 활용)에서 다룬다.

- 3번 문항에서 학생이 계급별 도수는 맞게 나타냈으나 직사각형 사이를 띄어 그린 경우, 바로 정답을 제시하기보다 히스토그램의 뜻과 그리는 방법을 자신의 그래프와 비교하여 필요한 부분을 찾아 수정하도록 한다.

미션

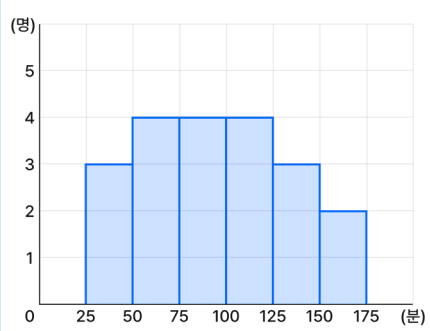
닮은꼴 그래프 수사대, 진짜 히스토그램을 찾아라!

탐정: _____

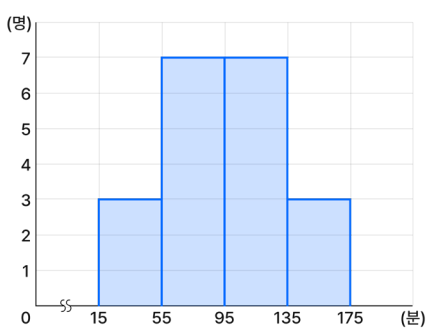
< 탐정 미션 3. '히스토그램'의 전문가가 되어라! >

탐색 다음은 세 학생 A, B, C가 우리 반 학생 20명의 하루 유튜브 영상 시청 시간 자료를 히스토그램으로 그린 것입니다. 각 그래프의 특징을 탐색해 봅시다.

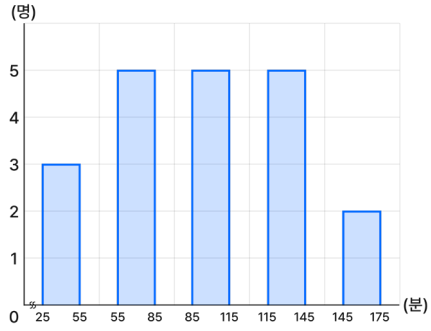
하루 유튜브 영상 시청 시간(분)	95, 42, 128, 60, 108, 35, 150, 78, 115, 48, 90, 133, 63, 165, 101, 55, 120, 85, 72, 142



학생 A가 그린 히스토그램



학생 B가 그린 히스토그램



학생 C가 그린 히스토그램

공학도구 링크	https://localcdn.cemware.com/2026/histogram_0827_3.html

1 공학 도구를 이용하여 학생 A, B, C가 그린 히스토그램이 어떻게 만들어졌는지 탐색해 봅시다. 이를 바탕으로 공학 도구에 제시된 조건이 무엇을 의미하는지 설명해 봅시다.

- 학생 A가 그린 히스토그램: 시작값 25, 조건 25

- 학생 B가 그린 히스토그램: 시작값 15, 조건 40

- 학생 C가 그린 히스토그램: 만들 수 없음

조건은 계급의 크기를 나타낸다.

2 위에서 찾은 조건을 아무리 변화시켜도 학생 C가 그린 히스토그램을 그릴 수 없습니다. 그 이유를 히스토그램을 그리는 방법, 도수분포표에서의 계급과 연결지어 설명해 봅시다.

이웃한 계급의 경계가 이어지고, 각 직사각형의 가로가 계급의 구간을 나타내기 때문에 임의로 띄울 수 없다.

활동 개관

동일한 자료를 서로 다르게 나타낸 학생 A, B, C의 그래프를 비교하고, 공학 도구에 제시된 **시작값**과 **조건**을 변화시키며 이때 **조건**이 무엇을 의미하는지와 각 그래프가 어떻게 만들어지는지를 탐색하는 활동이다. 히스토그램의 표현 방법과 도수분포표의 계급을 연결하여 학생 C의 그래프가 어떤 **조건**에서도 만들어지지 않음을 설명하도록 한다.

개발 의도

시작값과 계급의 크기에 따라 히스토그램의 모양이 달라질 수 있음을 공학 도구를 활용하여 탐색하고, 히스토그램을 나타낼 때 반드시 지켜야 하는 원리를 파악하도록 활동을 설계하였다. 또한, 도수분포표의 계급과 연결하여, 히스토그램의 직사각형 사이를 임의로 띄울 수 없는 이유를 인식하고, 자신의 말로 그 이유를 설명해 보도록 하였다.

발문

"계급이 달라지면 각 계급의 도수와 히스토그램의 모양은 어떻게 달라지나요?"

"학생 A와 B의 그래프는 모양이 다른데, 두 그래프를 모두 히스토그램이라고 할 수 있는 이유는 무엇일까요?"

"공학 도구에서 **조건**의 값을 바꾸면 도수분포표에서 무엇이 달라지나요? 이때 **조건**은 무엇을 의미한다고 생각하나요?"

"공학 도구에서 **시작값**은 그대로 두고 **조건**만 바꾸면, 도수분포표의 계급은 어떻게 달라지나요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

- 공학 도구에서 **시작값**은 그 이름이 공개되어 있지만, 계급의 크기는 **조건**으로만 표시되어 그 이름이 공개되어 있지 않다. 학생들이 **조건**에 해당하는 것을 찾을 수 있도록 **시작값**은 고정한 채, **조건**을 변화시키며 히스토그램의 어떤 부분이 변화하는지 탐색하도록 안내한다.

- **시작값**과 **조건**(계급의 크기)이 변화하면 히스토그램에서 직사각형의 높이도 변화한다. 이때의 **조건**이 도수를 직접적으로 변화시키는 것이 아니라, 계급이 변화함으로써 그 계급에 속하는 도수가 변화하는 것임을 학생들이 알게끔 한다.

- 학생 C가 그린 히스토그램을 그릴 수 없는 이유를 **시작값**, 계급의 크기, 도수에만 관련지어 설명하는 학생들에게는 2번 문항에 제시된 것처럼 히스토그램을 그리는 방법, 도수분포표에서의 계급과 연결지어 다시 한 번 생각해 보도록 한다.

- 도수가 0인 계급이 존재하여 그 구간에 직사각형이 나타나지 않는 경우와, 학생 C처럼 이웃한 계급의 직사각형 사이를 임의로 벌려 그리는 경우는 구분하도록 지도한다. 학생들이 단순히 "히스토그램에는 빈 부분이 절대로 있을 수 없다"는 새로운 오개념을 갖지 않도록 유의한다.

- 학생 A와 B의 히스토그램 모양이 다르다는 점에만 주목하지 않도록 하고, 두 그래프에서 공통적으로 지켜지고 있는 표현 방법이 무엇인지 파악하도록 한다. 이를 통해 학생들이 히스토그램에서는 **시작값**과 계급의 크기에 따라 모양이 달라질 수 있다는 것 외에도 히스토그램을 그릴 때 반드시 지켜야하는 원리가 무엇인지를 파악할 수 있도록 한다.

정리 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 우리가 냈었던 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전

1 <좋아하는 운동>과 <키>는 자료가 다르지만 그래프를 그릴 때 가로축을 나타내는 방법은 비슷하다.

→ 왜 오답일까? 좋아하는 운동 자료는 축구, 농구, 배구처럼 서로 구분되는 운동 종류를 가로축에 나타내지만, 키 자료는 수를 일정한 간격의 계급으로 나누어 가로축에 나타내기 때문이다.

→ 올바른 설명 좋아하는 운동 그래프에서는 운동의 종류를, 키 자료에서는 계급의 양 끝 값을 가로축에 나타내므로 두 그래프는 가로축을 나타내는 방법이 다르다.

2 히스토그램의 모양은 달라질 수 있기 때문에 필요하다면 직사각형 사이를 띄워서 그려도 된다.

→ 왜 오답일까? 히스토그램의 각 직사각형은 서로 이어지는 계급을 나타내므로 직사각형 사이를 띄우면 안 된다.

→ 올바른 설명 히스토그램의 모양은 시작값이나 계급의 크기에 따라 달라질 수 있지만, 이웃한 계급이 이어져 있으므로 직사각형 사이는 띄우지 않는다.

2 지금까지 배운 내용을 정리하여 히스토그램을 그리는 나만의 탐정 규칙을 적어 봅시다.

나만의 탐정 규칙

히스토그램을 그릴 때,

시작값과 계급의 크기 는 달라질 수 있지만, 가로축과 직사각형을 나타낼 때 반드시 지켜야 하는 점은

가로축에 계급의 양 끝 값을 차례로 나타내고, 이웃한 계급 사이를 띄우지 않는 것 또는 가로축의 계

급이 서로 이어지도록 나타내고, 직사각형 사이를 띄우지 않는 것 이다!

활동 개관

학생들이 앞선 탐색 활동에서 살펴본 막대그래프와 히스토그램의 가로축 표현 방법 및 히스토그램의 구성 원리를 바탕으로, 학생들이 자주 하는 두 가지 오답의 문제점을 찾아 설명해보는 활동이다. 학생들은 각 오답에 대해 '왜 틀렸는지'를 자신의 언어로 설명하고, 이를 바르게 고쳐 쓰는 오답 처방전을 작성한다.

개발 의도

첫 번째 오답에서는 좋아하는 운동과 키 자료의 가로축이 어떻게 다른지를 비교하게 하고, 두 번째 오답에서는 히스토그램에서 직사각형 사이를 띄어 그릴 수 있는지 판단해보도록 활동을 구성하였다. 이때 앞선 탐색에서 확인한 내용을 오답의 분석과 수정에 적용하여, 그래프의 외형적 규칙을 단순히 암기하는 데 그치지 않고, 자료의 특성, 가로축의 의미, 도수분포표의 계급을 근거로 오답의 이유를 설명해 보도록 설계하였다. 나아가 3차시 전체에서 다룬 내용을 학생 스스로 하나의 규칙으로 일반화하게 하여, **조건**에 따라 달라지는 것과 히스토그램으로 나타낼 때 반드시 지켜야 하는 원리를 각각 파악하도록 하였다.

발문

"히스토그램의 직사각형 가로 부분은 무엇을 나타내나요?"

"이웃한 두 계급의 양 끝 값은 가로축에서 어떻게 이어지나요?"

지도상의 유의점 및 대응 방안

- 학생이 "히스토그램은 직사각형을 붙여야 한다."와 같이 표현 방법만 제시하는 경우, 도수분포표의 계급과 가로축의 의미를 연결하여 왜 그런지 설명하도록 한다.

- 활동을 마무리할 때에는 학생들의 표현을 모아 다음과 같이 정리할 수 있다.

"막대그래프와 히스토그램은 모두 직사각형을 사용하지만 가로축이 나타내는 의미가 다르다."

"히스토그램의 가로축은 도수분포표의 계급 구간을 나타내므로, 이웃한 계급의 경계가 이어지는 경우 직사각형 사이를 임의로 띄우지 않는다."

- 학생들이 **시작값**과 계급의 크기에 따라 히스토그램의 모양은 달라질 수 있지만, 히스토그램을 나타내는 기본 원리는 유지됨을 파악할 수 있도록 한다. 특히, 같은 자료라도 히스토그램의 모양이 달라질 수 있다는 사실을 히스토그램을 나타내는 원리를 임의로 바꾸어도 된다는 의미로 이해하지 않도록 한다.

- '나만의 탐정 규칙'을 정리할 때에는 교사가 정답 문장을 그대로 제시하기보다 학생들이 작성한 다양한 표현을 공유하고, **조건**에 따라 달라질 수 있는 것과 반드시 지켜야 하는 점을 구분하여 하나의 규칙으로 정리하도록 한다.