작도의 비밀

단 하나의 삼각형을 만드는
'숨은 단서'를 찾아라

목차

01 1차시 무엇이 맞을까?

- 작도 사건 조사

02 2차시 숨은 단서를 찾아라!

- 작도 조건 찾기

03 3차시 '삼각형의 작도' 전문가가 되어라!

- 나만의 탐정 규칙 만들기

1차시

무엇이 맞을까?

두 친구의 주장 속에서 삼각형이 하나로 정해지는 **'숨은 단서'**를 찾아봅시다.

학습목표

삼각형이 하나로 결정되는 경우를 **추측**하고, **작도**를 통해 이를 확인할 수 있다.

문제 상황 제시

▪ 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는 조건에 대한 두 학생의 의견입니다.

- 두 학생의 의견에 대한 여러분의 생각을 적어보고, 그 이유도 같이 말해봅시다.

민수

삼각형의 세 변의 길이가 주어지면 모양과 크기가 하나로 정해진다는 걸 배웠어.
그렇다면 세 각의 크기가 주어져도 모양과 크기가 하나로 정해지지 않을까?

지연

삼각형의 두 변의 길이와 한 각의 크기가 주어져도 모양과 크기가 하나로 정해질 것 같아.

문제 상황 제시

▪ 나의 생각을 쓰고 이야기해 봅시다

- 두 친구의 주장에 동의하는지 스스로 판단하고, 그 이유를 짝과 나눠 봅시다.

민수 의 생각에 대한 나의 판단

나는 민수의 생각에 (동의한다 / 동의하지 않는다.)

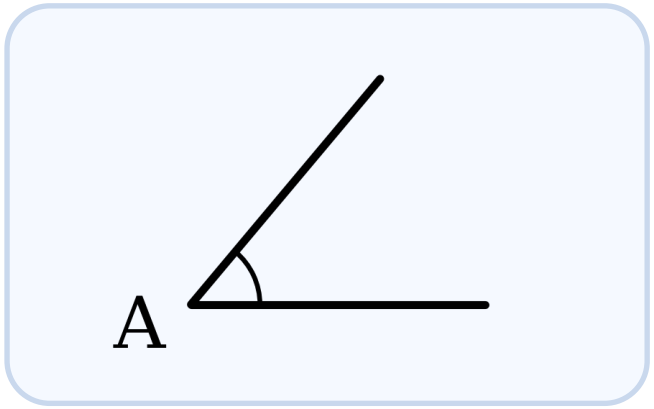
왜냐하면 _____

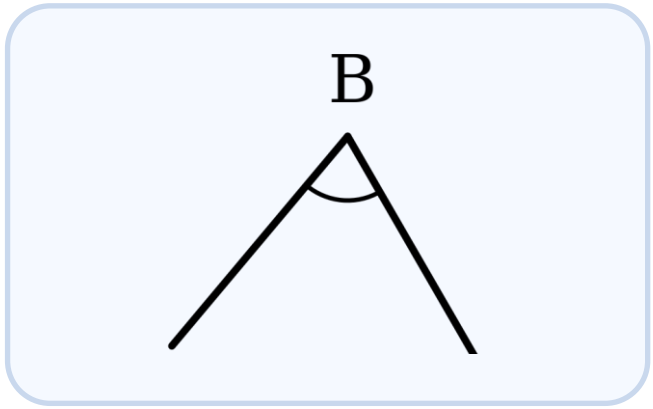
지연 의 생각에 대한 나의 판단

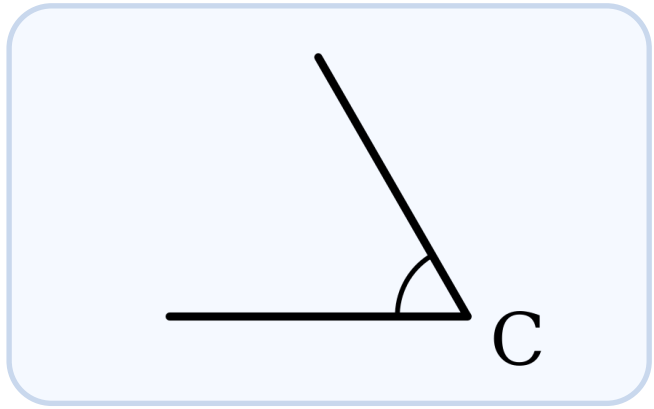
나는 지연의 생각에 (동의한다 / 동의하지 않는다.)

왜냐하면 _____

▪ [문제 상황1] 민수의 의견을 확인하기 위해 아래 문제를 해결해 봅시다.







1 위의 ∠A, ∠B, ∠C를 세 각으로 갖는 **삼각형 ABC**를 작도하고, 기름종이를 이용해 짝과 비교해 봅시다.

2 작도한 결과를 통해 새롭게 알게 된 사실을 적어봅시다.

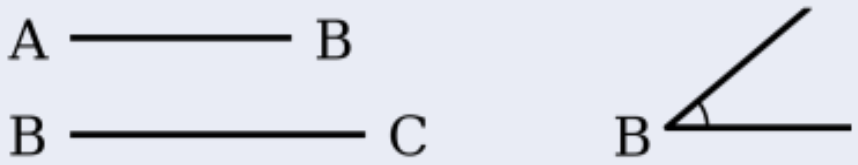
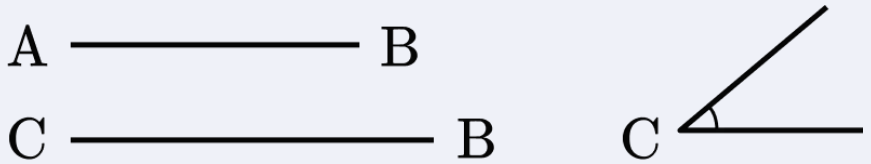
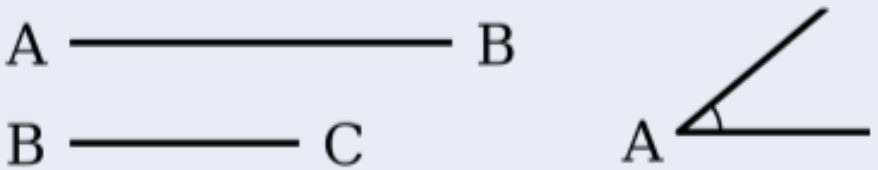
관찰 포인트

짝과 나의 삼각형의 모양은 같은가요? 그리고 크기는 같은가요?

✎ 삼각형 ABC 작도하기

발표해 봅시다.

▪ [문제 상황2] 지연이의 의견을 확인하기 위해 아래 문제를 해결해 봅시다.

번호	주어진 조건	작도 순서
1		1 2 3
2		1 2 3
3		1 2 3

1 위의 세 조건에 맞는 삼각형을 각각 작도하려고 할 때, 세 요소의 작도 순서를 표에 적어봅시다.

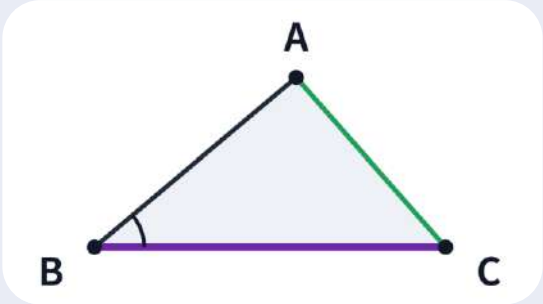
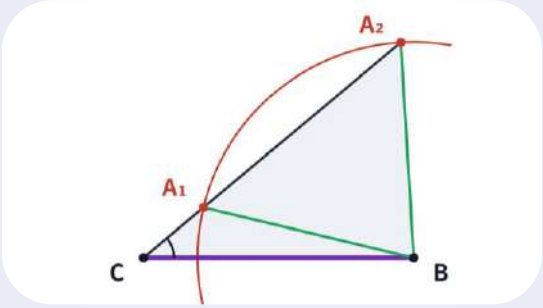
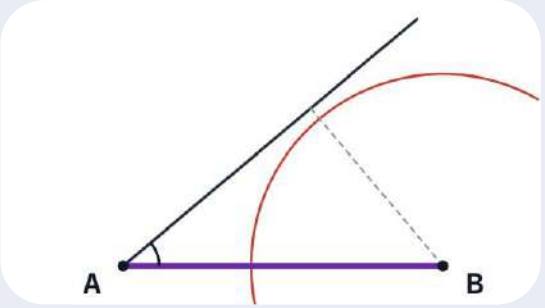
2 위에서 적은 작도 순서에 따라 작도해 보고, 만들어지는 삼각형의 개수를 적어보세요.

1	2	3
만들어진 삼각형의 개수: _____ 개	만들어진 삼각형의 개수: _____ 개	만들어진 삼각형의 개수: _____ 개

3 작도한 결과를 통해 새롭게 알게 된 사실을 적어봅시다.

예시 답안

2 위에서 적은 작도 순서에 따라 작도해 보고, 만들어지는 삼각형의 개수를 적어보세요.

1	2	3
		
만들어진 삼각형의 개수: 1 개	만들어진 삼각형의 개수: 2 개	만들어진 삼각형의 개수: 0 개

3 작도한 결과를 통해 새롭게 알게 된 사실을 적어봅시다.

- [문제 상황 1]과 [문제 상황 2]를 통해 내가 가지게 된 '삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는 조건'에 대한 생각을 아래에 적어 봅시다.

탐정 메모

2차시

숨은 단서를 찾아라!

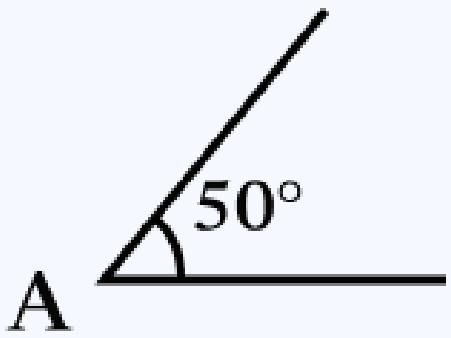
여러 조건을 탐색하며 삼각형의 모양과 크기가 하나로
정해지기 위한 숨은 단서를 찾아봅시다.

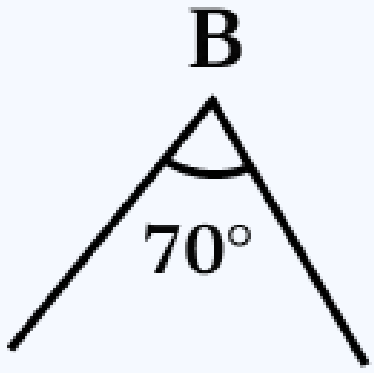
학습목표

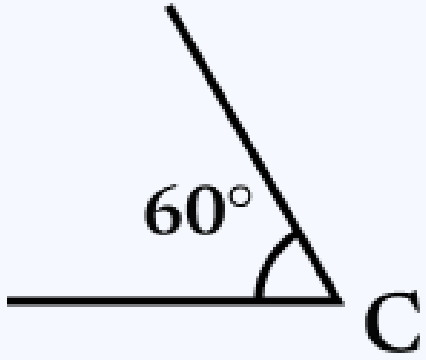
삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는 조건을 탐구할 수 있다.

- **[탐색 1] 세 각의 크기가 주어진 상황에서 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지기 위해 필요한 것을 탐색해봅시다.**

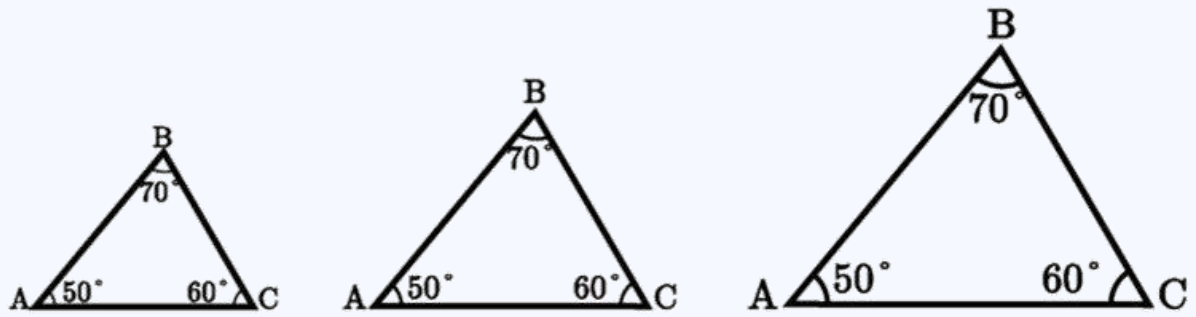
1 지난 시간에 아래 세 각 A, B, C가 주어졌을 때, 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지지 않음을 확인하였습니다.







- **[탐색 1]** 아래는 위 조건을 만족하는 세 개의 삼각형을 그린 것입니다. 위의 조건만으로는 왜 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지지 않는지 생각해보고, 어떤 조건이 추가되면 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해질지 아래 표에 적어봅시다.



추가 조건

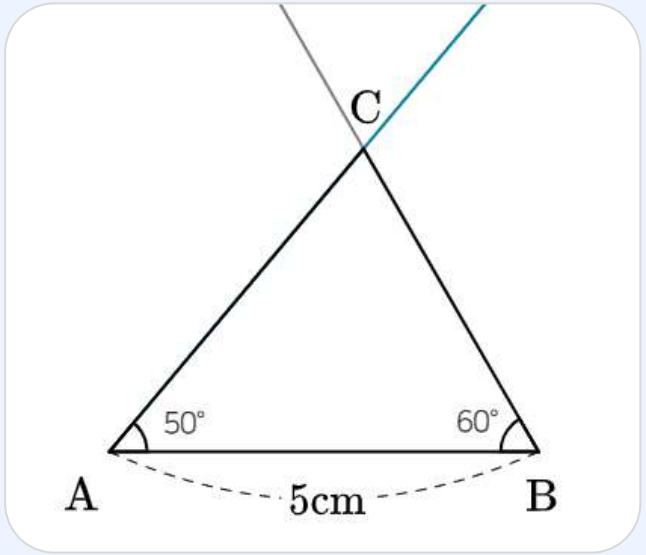
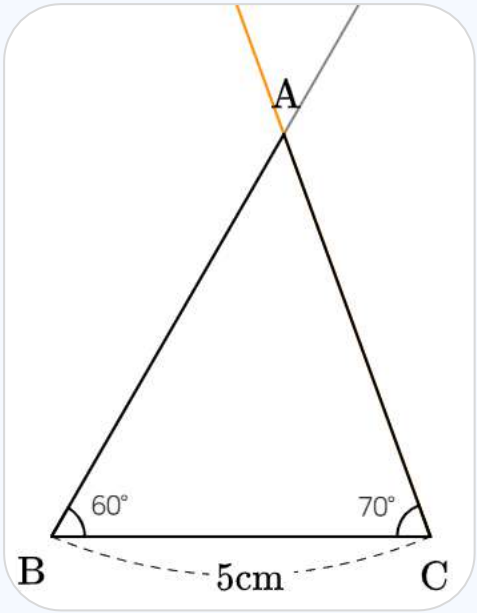
- [탐색 1] 2. [추가 조건]까지 만족하는 삼각형을 AIgeomath를 이용해 그려보고, 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는지 확인해 봅시다.

숨은 단서 찾기(2차시-1) | AIgeoMath 알지오매스

추가 조건	
[추가 조건]을 만족하는 삼각형	

예시 답안

- **[탐색 1] 2. [추가 조건]까지 만족하는 삼각형을 Algeomath를 이용해 그려보고, 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는지 확인해 봅시다.**

추가 조건	선분 AB의 길이는 5cm이다.	선분 BC의 길이는 5cm이다.
[추가 조건]을 만족하는 삼각형		

- **[탐색 1] 3. 2번에서 Algeomath로 삼각형 ABC를 그릴 때, 실제로 활용한 조건과 활용하지 않은 조건을 적어 봅시다.**

✔ 활용한 조건	✘ 활용하지 않은 조건

첫 번째 숨은 단서

▪ [탐색 1] 활동에서 찾은 '숨은 단서'를 정리해 봅시다.

· 세 각만으로는 안 되고, 어떤 조건이 하나 더 있어야 삼각형이 하나로 정해질까요?

오늘 발견한 숨은 단서!

삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지기 위한 첫 번째 숨은 단서는

이다!

- **[탐색2] 두 변의 길이와 한 각의 크기가 주어진 상황에서 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는 데 필요한 것을 탐색해봅시다.**

1. 모둠별로 한 사람당 과제 카드를 하나씩 선택해서 AIgeomath를 이용하여 삼각형을 각각 그려보고, 주어진 조건을 만족하는 삼각형이 몇 개 만들어지는지 적어봅시다.

숨은 단서 찾기(2차시-2) | AIgeoMath 알지오매스

과제 카드 1	
주어진 조건	만
$\overline{AB}=4cm$, $\overline{BC}=6cm$, $\angle B=50°$	
$\overline{AB}=6cm$, $\overline{BC}=5cm$, $\angle A=40°$	

과제 카드 2	
조건	만들어진 삼각형의 개수
$5cm$, $\angle B=100°$	___ 개
$7cm$, $\angle C=35°$	___ 개

과제 카드 3	
주어진 조건	만
$\overline{AB}=5cm$, $\overline{BC}=4cm$, $\angle B=105°$	
$\overline{CA}=7cm$, $\overline{AB}=5cm$, $\angle C=60°$	

과제 카드 4	
조건	만들어진 삼각형의 개수
$6cm$, $\angle B=45°$	___ 개
$3cm$, $\angle A=75°$	___ 개

예시 답안

▪ [탐색2]

1 모둠별로 한 사람당 과제 카드를 하나씩 선택해서 AIgeomath를 이용하여 삼각형을 각각 그려보고, 주어진 조건을 만족하는 삼각형이 몇 개 만들어지는지 적어봅시다.

과제 카드 1	
주어진 조건	만들어진 삼각형의 개수
$\overline{AB}=4cm$, $\overline{BC}=6cm$, $\angle B=50°$	1 개
$\overline{AB}=6cm$, $\overline{BC}=5cm$, $\angle A=40°$	2 개

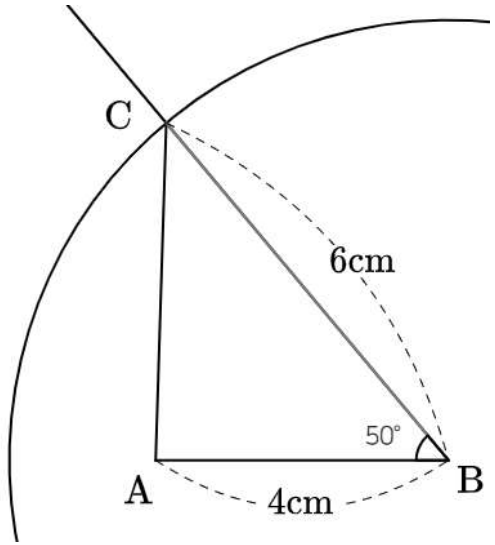
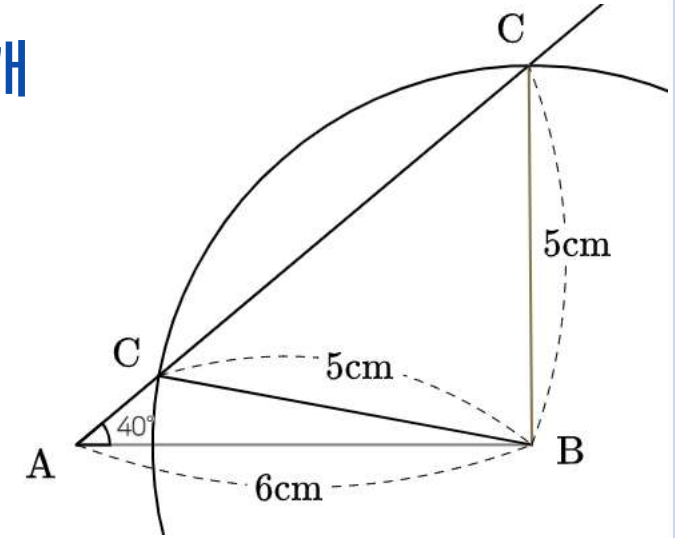
과제 카드 2	
주어진 조건	만들어진 삼각형의 개수
$\overline{AB}=6cm$, $\overline{CA}=5cm$, $\angle B=100°$	0 개
$\overline{BC}=6cm$, $\overline{CA}=7cm$, $\angle C=35°$	1 개

과제 카드 3	
주어진 조건	만들어진 삼각형의 개수
$\overline{AB}=5cm$, $\overline{BC}=4cm$, $\angle B=105°$	1 개
$\overline{CA}=7cm$, $\overline{AB}=5cm$, $\angle C=60°$	0 개

과제 카드 4	
주어진 조건	만들어진 삼각형의 개수
$\overline{BC}=7cm$, $\overline{CA}=6cm$, $\angle B=45°$	2 개
$\overline{CA}=5cm$, $\overline{AB}=3cm$, $\angle A=75°$	1 개

예시 답안

▪ [탐색2] 1

과제 카드 1		
주어진 조건	$\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 6cm$, $\angle B = 50°$	$\overline{AB} = 6cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\angle A = 40°$
만들어진 삼각형의 개수	1개 	2개 

- [탐색 2] 2. 모둠 내에서 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는 조건들을 모아서 그 공통점을 찾아봅시다.

삼각형이 1개로 정해진 조건 모으기

공통점을 문장으로 정리

교사 발문 1개로 정해진 조건들에서 공통으로 나타난 단어는 무엇인가요?

두 번째 숨은 단서

▪ [탐색 2] 활동에서 찾은 '숨은 단서'를 정리해 봅시다.

· 세 각만으로는 안 되고, 어떤 조건이 하나 더 있어야 삼각형이 하나로 정해질까요?

오늘 발견한 숨은 단서!

삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지기 위한 두 번째 숨은 단서는

이다!

3차시

'삼각형의 작도' 전문가가 되어라!

마지막 '숨은 단서 ③'을 찾고, 오답 처방전과 나만의 탐정 규칙으로 마무리해 봅시다.

학습목표

삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는 다양한 조건을 탐구할 수 있다.

▪ **[문제 상황] 지난 시간까지 학습한 내용을 돌아보며 아래 문제를 해결해 봅시다.**

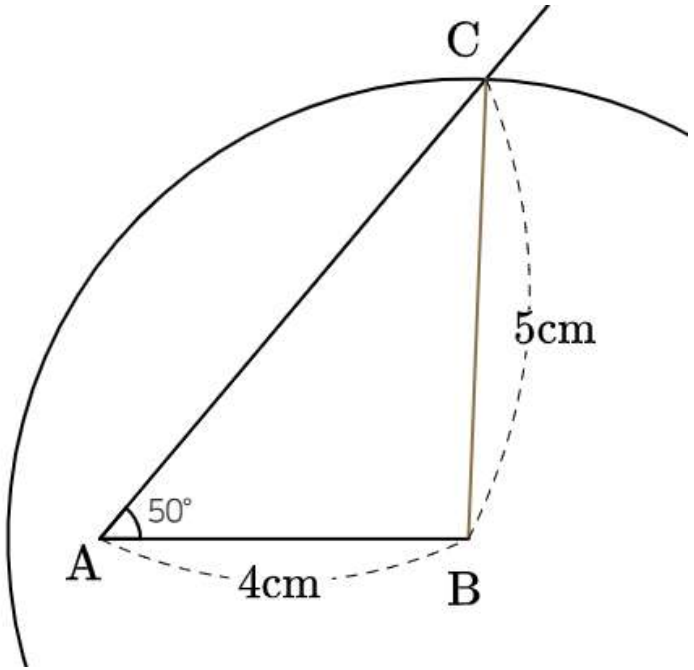
1 주어진 각 조건에서 삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는지 판단하고, AIgeomath로 직접 그려서 확인해 봅시다.

숨은 단서 찾기(3차시-문제 상황) | AIgeoMath 알지오매스

번호	주어진 조건	양과 크기가 하나로 정해지는가?	
			확인 결과
1	$\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 5c$	니오	▢ 예 ▢ 아니오
2	$\overline{AB} = 4cm$, $\angle A = 7$	니오	▢ 예 ▢ 아니오
3	$\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 5c$	니오	▢ 예 ▢ 아니오

예시 답안

- [문제 상황] 1.

번호	주어진 조건	삼각형의 모양과 크기가 하나로 정해지는가?
3	$\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\angle A = 50°$	1개 

▪ [문제 상황]

2 나의 판단과 확인 결과가 다른 것이 있다면 무엇인지 쓰고 왜 그런지 생각해 봅시다.

판단 ≠ 확인 인 문항

번호:

이유:

- **[탐색] 2차시에서 찾은 숨은 단서 이외의, 두 변의 길이와 한 각의 크기가 주어졌을 때 우리가 찾지 못한 숨은 단서가 있는지 찾아봅시다.**

1. 모둠별로 한 사람당 과제 카드를 하나씩 선택해서 AIgeomath를 이용하여 삼각형을 각각 그려보고, 주어진 조건을 만족하는 삼각형이 몇 개 만들어지는지 적어봅시다.

숨은 단서 찾기(3차시-1) | AIgeoMath 알지오매스

과제 카드 1

주어진 조건	만
$\overline{CA}=5cm$, $\overline{AB}=6cm$, $\angle C=65°$	
$\overline{AB}=7cm$, $\overline{CA}=6cm$, $\angle B=40°$	

과제 카드 2

조건	만들어진 삼각형의 개수
$4cm$, $\angle C=70°$	___ 개
$7cm$, ∠B = 80°	___ 개

과제 카드 3

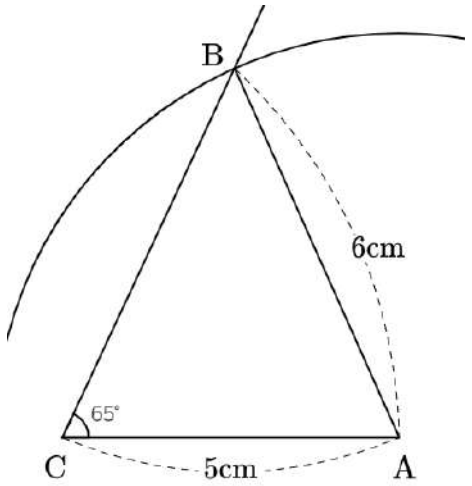
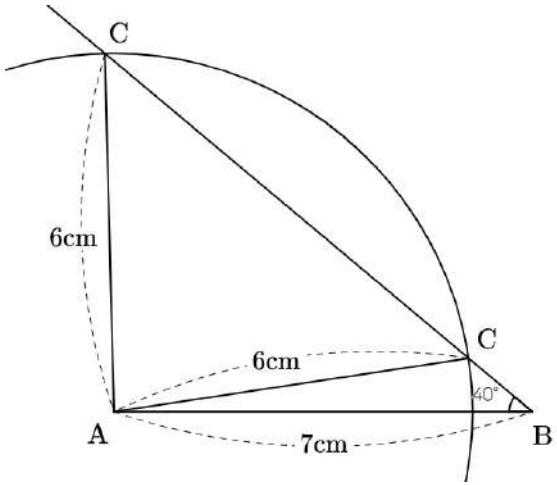
주어진 조건	만
$\overline{BC}=6cm$, $\overline{CA}=5cm$, $\angle B=50°$	
$\overline{AB}=5cm$, $\overline{BC}=6cm$, $\angle A=55°$	

과제 카드 4

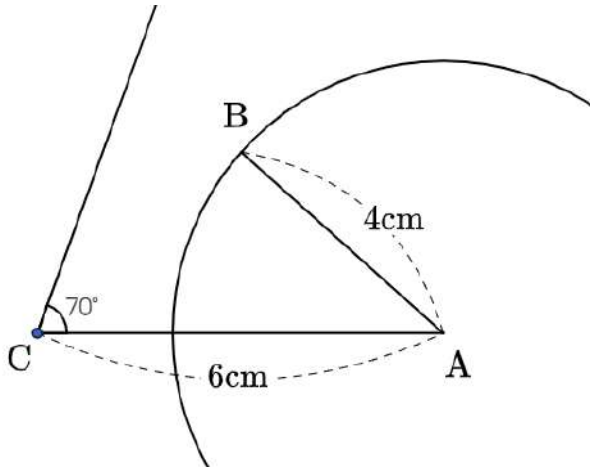
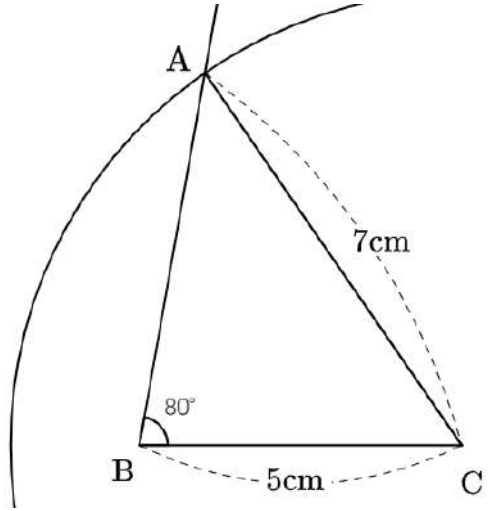
조건	만들어진 삼각형의 개수
$6cm$, ∠C = 50°	___ 개
$5cm$, $\angle A=65°$	___ 개

예시 답안

▪ [탐색] 1.

과제 카드 1		
주어진 조건	$\overline{CA} = 5cm$, $\overline{AB} = 6cm$, $\angle C = 65°$	$\overline{AB} = 7cm$, $\overline{CA} = 6cm$, $\angle B = 40°$
만들어진 삼각형의 개수	1개 	2개 

▪ [탐색] 1.

과제 카드 2		
주어진 조건	$\overline{CA} = 6cm$, $\overline{AB} = 4cm$, $\angle C = 70°$	$\overline{BC} = 5cm$, $\overline{CA} = 7cm$, $\angle B = 80°$
만들어진 삼각형의 개수	0개 	1개 

- [탐색] 2. 삼각형이 하나로 정해지는 경우들을 모아 공통점을 찾아봅시다.

삼각형이 1개로 정해지는 경우 모으기

공통점을 문장으로 정리

▪ [탐색] Algeomath에서 변과 각의 크기를 조정해 가면서 삼각형의 모양과 크기를 하나로 결정짓는 또 하나의 숨은 단서를 찾아봅시다.

[숨은 단서 찾기(3차시) | AlgeoMath 알지오매스]

오늘 발견한 숨은 단서!

삼각형의 모양과 크기가 ... 번째 숨은 단서는

____

______________________________ 이다!

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 우리가 냈었던 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전
1 두 변의 길이와 한 각의 크기를 알면 항상 하나의 삼각형이 만들어진다. → 왜 오답일까? → 올바른 설명
2 두 각의 크기와 한 변의 길이만 알면 항상 하나의 삼각형이 만들어진다. → 왜 오답일까? → 올바른 설명
3 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우에만 하나의 삼각형이 만들어진다. → 왜 오답일까? → 올바른 설명

예시 답안

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 우리가 냈었던 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전

1 두 변의 길이와 한 각의 크기를 알면 항상 하나의 삼각형이 만들어진다.

→ **왜 오답일까?**

두 변의 길이와 한 각의 크기가 주어져도, 주어진 각이 어디에 있는지에 따라 삼각형이 두 개 만들어지거나 만들어지지 않는 경우도 있기 때문이다.

→ **올바른 설명**

두 변의 길이와 한 각의 크기로 하나의 삼각형이 결정되는 경우도 있고, 결정되지 않는 경우도 있다.

예시 답안

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 우리가 냈었던 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전

2 두 각의 크기와 한 변의 길이만 알면 항상 하나의 삼각형이 만들어진다.

→ 왜 오답일까?

두 각과 한 변이라고만 하면 어떤 변인지가 정해져 있지 않다. 따라서 어떤 변이 주어지느냐에 따라 각의 크기는 같지만 크기가 다른 삼각형이 만들어질 수 있다.

→ 올바른 설명

한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어지면 하나의 삼각형이 결정된다.

예시 답안

▪ [정리] 지금까지 배운 내용들을 정리해 봅시다.

1 우리가 냈었던 오답들에 대한 처방전을 만들어 봅시다.

오답 처방전

3 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우에만 하나의 삼각형이 만들어진다.

→ **왜 오답일까?**

끼인각이 아니어도 주어진 각이 긴 변의 대각인 경우에는 하나의 삼각형이 만들어지는 경우가 있기 때문이다.

→ **올바른 설명**

두 변의 길이와 끼인각의 크기가 주어지면 하나의 삼각형이 결정된다. 또한 두 변의 길이와 한 각의 크기가 주어졌을 때에도, 주어진 각이 긴 변의 대각인 경우에는 하나의 삼각형이 결정될 수 있다.

▪ [정리]

2 지금까지 배운 내용을 정리하여 단 하나의 삼각형을 만드는 나만의 탐정 규칙을 적어봅시다.

나만의 탐정 규칙

단 하나의 삼각형을 만들기 위해서는

1 _____

2 _____

3 _____

그것이 바로 우리가 찾던 '숨은 단서'이다!

예시 답안

▪ [정리]

2 지금까지 배운 내용을 정리하여 단 하나의 삼각형을 만드는 나만의 탐정 규칙을 적어봅시다.

나만의 탐정 규칙

단 하나의 삼각형을 만들기 위해서는

1. 세 변의 길이가 모두 주어져야 한다.
2. 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어져야 한다.
3. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어져야 하며, 끼인각이 아닐 때에는 주어진 각이 긴 변의 대각이면 하나로 작도될 수 있다.

그것이 바로 우리가 찾던 '숨은 단서'이다!

감사합니다.